

Ad-Soyad :

Numara :

MAT 201 Lineer Cebir I 2. Kısa Sınav Cevap Anahtarı

27.12.2022

Not: Süre 30 dakikadır. Çözümlerinizi ayrıntılı olarak yazınız. Başarılar dilerim.

1) Aşağıdaki soruları yanında bulunan parantez içine doğru ise “D”, yanlış ise “Y” yazarak cevaplayınız.

(D) V bir vektör uzayı, $x \neq 0_V$ olmak üzere $x \in V$ olsun. $\{x\}$ alt kümesi lineer bağımsızdır (10 p).

(D) Lineer bağımsız bir kümenin her alt kümesi lineer bağımsızdır (10 p).

(Y) İki alt vektör uzayının birleşimi de bir alt vektör uzayıdır (10 p).

(D) Karmaşık sayılar kümesi bilinen toplama ve çarpma işlemleri ile birlikte reel sayılar kümesi üzerinde vektör uzayıdır (10 p).

(Y) V bir vektör uzayı, $U = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\} \subset V$ olsun. U lineer bağımsız ise $\dim V = n$ dir (10 p).

2) $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}^5$ olmak üzere $\langle x_1, x_1 \rangle = 1, \langle x_1, x_2 \rangle = 0, \langle x_1, x_3 \rangle = -1, \langle x_2, x_2 \rangle = 2, \langle x_2, x_3 \rangle = -2, \langle x_3, x_3 \rangle = 3$ olduğuna göre $\alpha = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3, \beta = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 \in \mathbb{R}^5$ vektörleri için $\langle \alpha, \beta \rangle$ yi hesaplayınız (50 p).

İki çarpım fonksiyonu simetrik, bilinear ve pozitif tanımlı

$$\begin{aligned} \langle \alpha, \beta \rangle &= \langle a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3, b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 \rangle \\ &= a_1\langle x_1, \beta \rangle + a_2\langle x_2, \beta \rangle + a_3\langle x_3, \beta \rangle \\ &= a_1b_1\langle x_1, x_1 \rangle + a_1b_2\langle x_1, x_2 \rangle + a_1b_3\langle x_1, x_3 \rangle \\ &\quad + a_2b_1\langle x_2, x_1 \rangle + a_2b_2\langle x_2, x_2 \rangle + a_2b_3\langle x_2, x_3 \rangle \\ &\quad + a_3b_1\langle x_3, x_1 \rangle + a_3b_2\langle x_3, x_2 \rangle + a_3b_3\langle x_3, x_3 \rangle \\ &= a_1b_1 - a_1b_3 + 2a_2b_2 - 2a_2b_3 - a_3b_1 - 2a_3b_2 + 3a_3b_3 \end{aligned}$$